

空气环境中水滴和半空间弹性体撞击力学行为的数值模拟

韩永强, 谢永慧, 张荻, 蓝吉兵

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

摘要: 通过将拉格朗日方法与欧拉方法相耦合, 分析了在空气环境中直径为 1 mm、速度为 150 m/s 的球形水滴对半空间弹性体的撞击过程. 通过对液固撞击过程的数值模拟, 给出了撞击过程中水滴内部的压力分布及其随时间的变化、液固接触边缘射流的形成及其破碎的过程、被撞击固体的变形特点和等效应力及其随时间的变化. 结果表明: 水滴和被撞击固体的可压缩性对整个撞击过程有重要影响; 在撞击的初始阶段, 水滴中产生水锤压力并使固体表面产生相对很大的变形和应力, 水锤压力的理论值和数值计算的结果具有较好的一致性, 验证了耦合数值计算方法的可行性和精确度; 射流出现的时间比激波脱体的时间晚, 高速射流对不再平坦的固体表面的强烈剪切作用使固体进一步变形, 并且液固接触边缘的压力高于内部的压力.

关键词: 液固撞击; 耦合数值模拟; 射流; 固体变形

中图分类号: O353.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)05-0102-06

Numerical Simulation of Dynamic Behavior of Impact Between Liquid Droplet and Semi-Infinite Solid in Air

HAN Yongqiang, XIE Yonghui, ZHANG Di, LAN Jibing

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The impact of a spherical liquid droplet in the domain of air onto a planar semi-infinite elastic solid is simulated with the Lagrangian and Eulerian coupling method, where the droplet's diameter and speed are taken as 1 mm and 150 m/s respectively. The pressure and variation with time inside the liquid droplet, the formation and shattering of the jet at the contact periphery, and the deformation and equivalent stress as well as the evolution of the solid are obtained numerically. It is shown that the compressibility of the liquid droplet and the solid plays a dominant role during the impact. At the beginning of the impact, there are water-hammer pressure in the liquid droplet and relatively large local deformation and stress in the impact area of solid. The water-hammer pressure is in good agreement with the theoretical prediction. The validity and accuracy of the numerical methods are verified. The high velocity lateral jet starts to form after shock wave departure. Heavy shearing action of the jet exerts further deformation on the solid which is no longer planar. The pressure at the contact periphery is higher than the pressure inside droplet. These results provide a reasonable explanation for the failure patterns of the solid impacted by high-speed liquid droplet.

Keywords: liquid-solid impact; coupling numerical simulation; jet; solid deformation

液滴与固体表面的撞击及由此引起的侵蚀现象存在于许多工程应用领域. 现代汽轮机工作在湿蒸汽区的叶片的线速度在不断提高, 蒸汽中凝结形成的水滴对叶片的高速碰撞导致了叶片的“水蚀”. 在雨中高速行进的飞机和火箭与雨滴之间的碰撞也会引起严重的侵蚀问题. 但是在另一方面, 人们则利用液固撞击的基本原理来为生产和生活服务, 例如利用高压水射流技术进行机械零件清洗、船舶除锈和金属板材切割等. 因此, 研究液固撞击现象具有重要的工程意义.

国外学者 Cook^[1]推导了液固撞击过程中产生的“水锤”压力, 其中将固体简化为刚体; Heymann^[2]指出, 在液固撞击的最初阶段, 液固接触边缘的扩展速度要高于流体中的激波速度, 激波面将液滴分成压缩区和未压缩区 2 部分, 压缩区内产生“水锤”压力, 他还对“水锤”压力公式进行了修正; Field 等^[3-4]利用高速相机和可视化技术研究了固体表面结构及固体的可压缩性对液固撞击过程的影响; Haller 等^[5]对液固撞击过程进行了数值求解, 运用轴对称算法求解欧拉方程; Roisman 等^[6]理论分析了惯性起主导作用的轴对称液滴与固体表面之间的撞击; Eggers 等^[7]研究了激波脱体后的液固撞击过程.

国内学者鄢宇鹏等^[8]运用矢量分析和激波理论关系建立了适用于高速撞击的非线性激波模型; 张荻等^[9]推导了液固撞击的非线性波动模型, 并将其应用于球形水滴与刚性固体表面撞击的数值分析; 施红辉等^[10]研究了高速射流撞击下固体内的应力波传播; 汪勇等^[11]运用光滑粒子流体动力学-有限元耦合方法模拟了高速液固撞击过程.

本文采用拉格朗日-欧拉耦合方法来模拟水滴与弹性固体表面撞击时的相互作用过程, 研究了水滴中的压力变化和侧向射流的产生, 以及固体内的应力变化和固体的变形, 并进行了相应的分析.

1 数值方法

1.1 拉格朗日方法

本文的拉格朗日方法^[12]采用有限元法来实现. 拉格朗日方法的节点和材料点是重合的, 单元随着材料一起变形, 在单元之间没有材料的流动.

拉格朗日方法的控制方程如下

$$\rho \det\left(\frac{\partial x_i}{\partial X_j}\right) = \rho_0 \quad (1)$$

$$\rho \dot{u}_i = \sigma_{ij,j} + \rho f_i \quad (2)$$

$$\rho \dot{e} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3)$$

式中: ρ 是密度; x 是欧拉坐标; X 是拉格朗日坐标; u 是速度; σ 是应力; f 是单位质量的体积力; e 是单位质量的内能; ϵ 是应变; i, j 为各变量的分量指标. 边界条件如下:

位移边界条件(S_x)

$$x_i = D_i(t) \quad (4)$$

力边界条件(S_σ)

$$\sigma_{ij} n_j = T_i \quad (5)$$

接触边界条件(S_c)

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_i = 0 \quad (6)$$

在有限元方法中经常采用微分方程的等效积分弱形式来求解, 也就是“虚功原理”. 采用“虚位移原理”推导出的虚功方程如下

$$\delta\pi = \int_V [(\rho \dot{u}_i - \rho f_i) \delta x_i + \sigma_{ij} \delta x_{i,j}] dv - \int_{S_\sigma} T_i \delta x_i ds = 0 \quad (7)$$

将结构离散化为一系列单元, 就可以用各个单元总势能的变分之和来近似整个结构总势能的变分. 将单元的形函数代入式(7), 并整理成矩阵的形式, 得到如下方程

$$\delta\pi = \sum_e \delta\pi_e = \sum_e \delta \mathbf{x}^T \left[\int_{V_e} \rho \mathbf{N}^T \dot{\mathbf{N}} \mathbf{x} dv + \int_{V_e} (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} - \rho \mathbf{N}^T \mathbf{f}) dv - \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{T} ds \right] = 0 \quad (8)$$

将式(8)表示的单元矩阵进行集成, 可以得到整体的运动方程, 时间推进采用中心差分方法, 稳定时间步长由 Courant 条件决定, 即

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{a} \quad (9)$$

式中: Δx 为最小单元的特征长度; a 为单元材料的声速.

1.2 欧拉方法

欧拉方法^[12]中的单元网格是固定在空间不动的, 材料在单元之间流动. 由于单元不随材料的变形而改变, 因此不存在由于材料的变形而发生的精度下降问题. 欧拉方法的控制方程如下

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \sigma_{ij,j} + \rho f_i \quad (11)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial e}{\partial x_j} = \sigma_{ij} u_{i,j} \quad (12)$$

欧拉方法先执行一个拉格朗日时间步, 允许网格跟随材料变形, 之后通过一个重映射步将变形网格中的单元变量(如密度、内能、应力张量等)和节点

速度矢量输运到原来没有变形的欧拉网格中. 单元变量的输运算法选择 MUSCL (monotone upwind schemes for conservation laws) 算法^[13], 动量和节点速度的输运选择 HIS(half index shift)算法^[14].

1.3 流固耦合的接触算法

本文中流体和固体之间的相互作用通过接触算法来实现, 采用罚函数方法. 在计算过程中检查每个从节点对主面的穿透(这里从节点为拉格朗日节点, 主面为欧拉面), 如果出现穿透, 就在从节点和接触点之间施加一个界面力, 界面力等于接触刚度 k 和穿透量的乘积. 接触刚度 k 由下式给出

$$k = \frac{fA^2K}{V} \tag{13}$$

式中: f 是接触刚度的比例因子; A 是接触单元的界面面积; K 是接触单元的体积模量; V 是接触单元的体积.

2 材料的状态方程

本文选用钢板材料为 CrNi80TiNbAl, 其性能参数如下^[15]: 密度 $\rho = 8\,300\text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 2.158 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$; 泊松比 $\nu = 0.3$; 屈服应力 $\sigma_y = 650\text{ MPa}$. 将水滴与半无限大钢板的撞击速度取为 150 m/s . 为了简化对问题的分析, 选取的撞击速度使被撞击钢板所产生的变形处于弹性状态, 所以钢板材料模型采用线弹性模型.

空气的材料模型为理想气体模型, 初始材料参数按标准大气压下 $20\text{ }^\circ\text{C}$ 时的参数选取, 密度为 1.205 kg/m^3 , 动力黏性系数为 $18.1\text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$. 其状态方程如下

$$p_a = (\gamma - 1) \frac{\rho}{\rho_0} e \tag{14}$$

式中: γ 是绝热指数, 取 1.4 ; e 是单位参考体积的内能; 压力 p_a 的初值为 $101\,325\text{ Pa}$.

水采用可考虑压缩性影响的 Mie-Gruneisen 状态方程^[16]来模拟. 水的初始材料参数同样按标准大气压下 $20\text{ }^\circ\text{C}$ 时的参数选取, 密度取为 998.2 kg/m^3 , 动力黏性系数为 $1.002\text{ mPa}\cdot\text{s}$.

水在膨胀情况下的状态方程为

$$p_w = \rho_0 C^2 \mu + (\gamma_0 + a\mu)e \tag{15}$$

水在压缩情况下的状态方程为

$$p_w = \rho_0 C^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{a}{2} \mu^2 \right] / \left[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2} \right]^2 +$$

$$(\gamma_0 + a\mu)e \tag{16}$$

式中: C 是 U_s - U_p 曲线 (U_s 为冲击波速度, U_p 为质点速度) 的截距; γ_0 是 Gruneisen 系数; $\mu = \rho/\rho_0 - 1$; a 是 γ_0 的一阶修正系数; S_1 、 S_2 、 S_3 是 U_s - U_p 曲线斜率公式的系数. 上述参量的取值见表 1^[17].

表1 水滴的材料参数

$C/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	γ_0	a	S_1	S_2	S_3
1 480	0.5	0	2.56	-1.986	0.226 8

3 计算模型

本文计算了在空气中直径为 1 mm 、速度为 150 m/s 的水滴对半无限大钢板的撞击. 钢板采用拉格朗日方法模拟, 空气和水滴采用欧拉方法模拟, 不考虑重力的作用, 计算的终止时间是 $0.15\text{ }\mu\text{s}$.

由于模型的对称性, 取 $1/4$ 模型来建模和求解. 图 1 和图 2 分别为计算的几何模型和有限元模型. 钢板的模型尺寸取为 $1.5\text{ mm} \times 1.5\text{ mm} \times 1.2\text{ mm}$, 除了钢板的上表面和对称面, 其余表面均设为无反射边界条件. 空气的模型尺寸取为 $1\text{ mm} \times 1\text{ mm} \times 1.1\text{ mm}$. 为了模拟无限大空气域, 除了空气的对称面之外, 其余表面均设为无反射边界条件. 空气的网格和钢板的网格在垂直方向有一小部分重叠, 以使流固耦合发生作用. 水滴的中心坐标是 $(0\text{ mm}, 1.71\text{ mm}, 0\text{ mm})$. 水滴是通过在其占据的空间中定义单元体积分数来实现的.

水滴与固体间的边界条件通过接触算法来实现, 控制接触刚度使穿透足够小并保持计算的稳定性. 水滴与空气间相互作用的接触力并没有显式求解, 而是通过求解混合单元中水滴与空气各自的热力状态参数来考虑, 首先是求解水滴与空气各自的体积分数所满足的方程组, 由体积分数进而推得热力状态参数, 并通过水滴与空气各自的体积分数来构造各自的界面^[12].

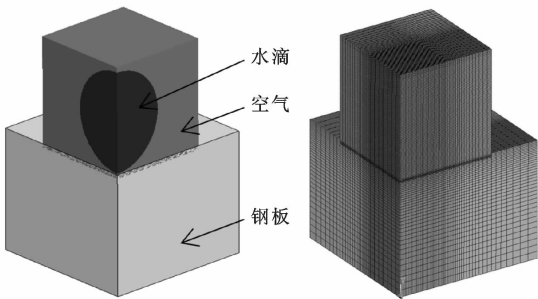


图1 几何模型

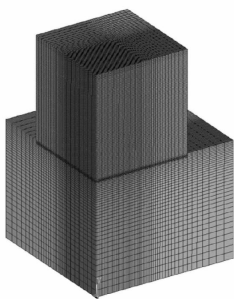


图2 有限元模型

4 计算结果分析

计算了 5 种不同网格密度的结果,通过比较撞击中心轴线上的水锤压力值来判定结果的收敛性.表 2 给出了网格独立性验证的具体结果,可以看出随着网格的加密,计算精度逐步提高.本文中取第 4 个网格密度计算的结果进行分析.

表 2 网格独立性验证

序号	节点数	水锤压力/MPa	相对偏差/%
1	541 337	277.6	
2	904 063	253.9	−8.5
3	1 271 148	244.5	−3.7
4	1 771 144	240.3	−1.7
5	2 142 547	238.2	−0.9

图 3 为在撞击过程中水滴压力分布随时间的变化.水滴在 0.067 μs 开始撞击钢板.在撞击的初始阶段,水滴中呈现明显的压缩性,水滴中心轴线上的压力逐渐升高并产生水锤压力,压力值为 240.3 MPa(见图 3c).考虑被撞击固体弹性变形的水锤压力理论公式^[2]为

$$p = \frac{V\rho_1C_1\rho_2C_2}{\rho_1C_1 + \rho_2C_2}$$

(17)

式中: V 为撞击速度; ρ 、 C 分别为密度和激波波速;下角标 1、2 分别表示流体和固体.水和钢板的激波波速分别取为 1 780 和 4 570 m/s,代入前述的密度参数,计算可得理论水锤压力为 255 MPa.数值计算值比理论值小一些,偏差为 5.8%.由于式(17)是由一维激波动量守恒关系式推导得出的,没有考虑弹性固体表面变形的三维性和不均匀性,因此两者之间存在一定的差别是合理的.

在计算的开始时刻(见图 3a),水滴中的压力均匀并且与空气中的压力相同,即为标准大气压.由于水滴与空气的相互作用,水滴在运动过程中内部产生了压力波(见图 3b),但压力值比较小,并且水滴的外形没有发生明显的改变.在激波脱体以前(见图 3c、3d),由于接触角比较小,液固接触边缘的扩展速度要比激波的速度快,因此不会出现射流.水滴与钢板的交界面处不会产生汽化,因为当水滴撞击压力达到 500 MPa 时温升只有 16 ℃,此时还达不到汽化的温度^[16].在激波脱体以后,由于接触角的增大,液固接触边缘的速度降低,激波波阵面向水滴上部

继续运动,射流逐渐形成,射流的动能来自于被压缩部分水的体积变形能.激波脱体的那一刻并没有产生射流,直至图 3e 中才可以看出射流的初步形成.Field 等^[3-4]的实验和 Haller 等^[5]的数值计算也证实,射流实际出现的时间要晚于激波脱体的时间.侧向射流速度比较高,最大值为 864.1 m/s(见图 4),是水滴撞击速度的 5.76 倍.由于空气的存在,射流的速度在运动过程中逐渐降低,最后出现了水滴的破碎现象(见图 3g、3h).

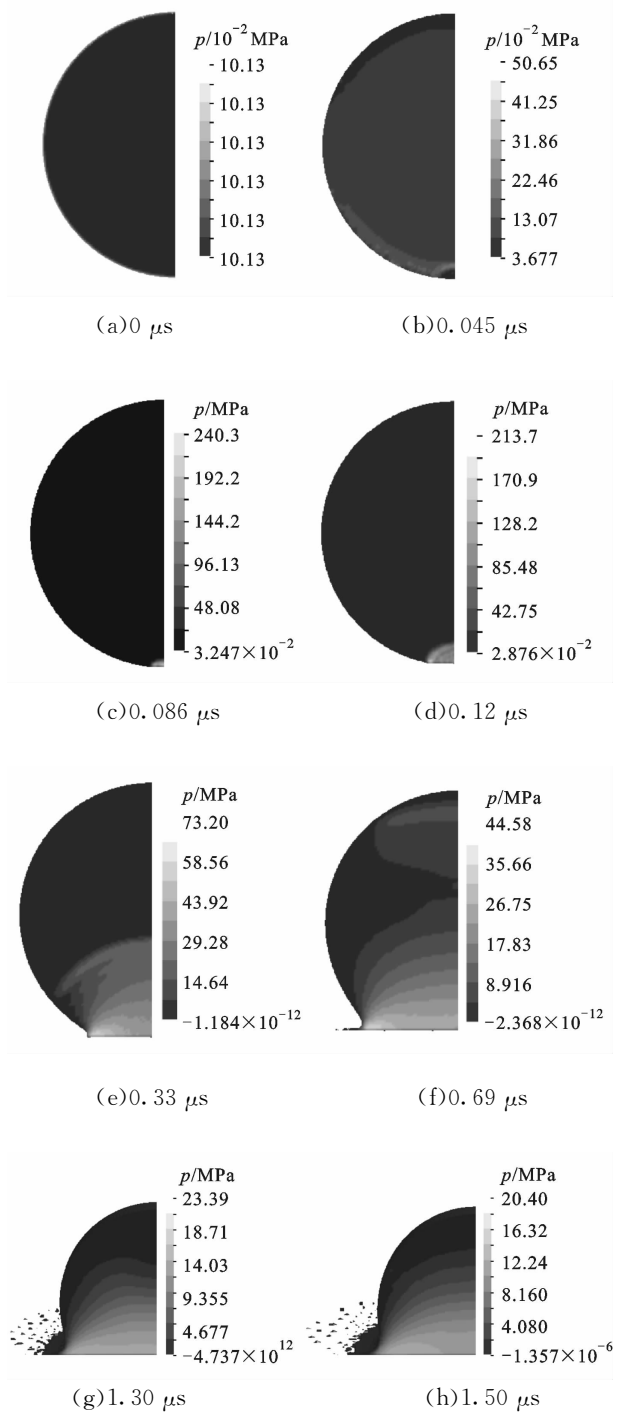


图 3 水滴在各个时刻的压力云图

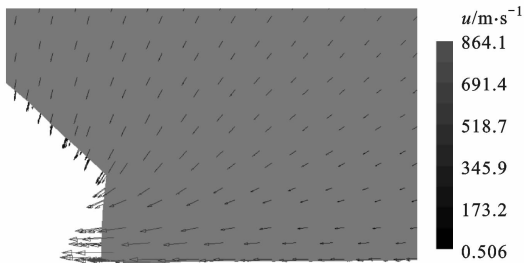


图 4 水滴的最大侧向射流速度矢量图

压力在液固接触区域的分布并不均匀,在后期接触边界处的压力高于内部的压力.激波脱体以后,不可压缩流动并不是立刻形成,水滴中的压力逐渐降低并趋于均匀,但接触边界处的压力仍然高于水滴内部的压力^[5].

图 5 给出了撞击过程中钢板的应力波和变形随时间的变化,图中钢板的变形被放大了 1 000 倍,以便能够清晰地了解和分析液固撞击过程中可能造成的破坏.

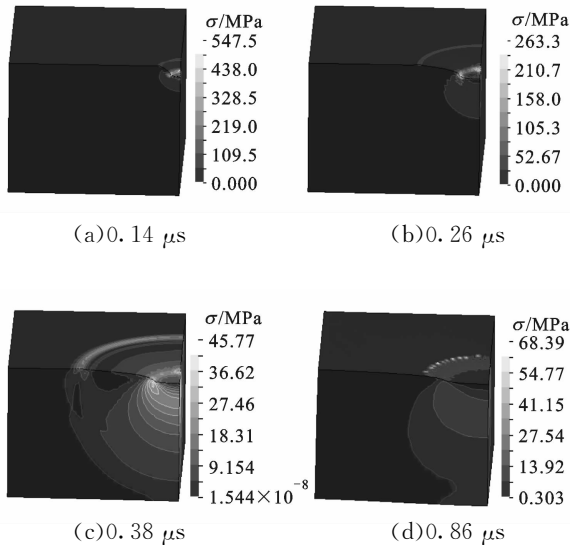


图 5 钢板中的等效应力云图 ×1 000

金属材料在受到高速水滴撞击时有 3 种破坏形式:①撞击部位产生与水滴直径相当的浅碟形凹陷区,在撞击中心处有一个小凹坑;②撞击区域周围产生剪切变形区,严重时表现为环状裂缝;③由于应力波的反射和相互作用而导致的破坏.本文中撞击速度没有达到使钢板发生塑性变形的程度,但从变形特点上可以为金属材料的破坏提供一个合理的解释.从图 5a 中可以看出,在撞击刚开始时由于水滴中液固接触区域内存在水锤压力,使撞击中心部位凹陷很大,应力很高(见图 6),当应力超过钢板的屈

服极限时会出现塑性流动而导致撞击中心处出现小凹坑.从图 5b、5c 中可以看出,撞击部位有一个明显的浅碟形凹陷区,最大应力在凹陷区的外缘,当撞击速度比较高时外缘将可能出现环状裂缝,此时侧向射流已经开始形成,如上所述最高速度为 864.1 m/s.由于钢板表面已经不再平坦,故在侧向射流的高速冲击作用下可能产生极大的剪切破坏,使得流动方向上的材料被剥除而出现裂缝.在撞击速度为 150 m/s、最初钢板表面为理想平面的情况下,侧向射流所引起的等效应力可达到 68.39 MPa(见图 5d),当撞击速度更高、钢板表面有一些缺陷或凸起时,侧向射流可能造成严重的破坏.

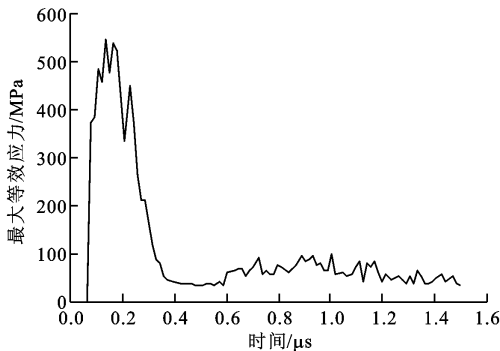


图 6 钢板中的最大等效应力曲线

5 结 论

本文通过拉格朗日和欧拉方法的耦合计算,模拟了在空气中运动的水滴撞击半空间弹性体的动态响应过程.具体结论如下:

- (1)水滴在撞击过程中呈现可压缩性并产生水锤压力,其理论值和计算值具有较好的一致性,验证了本文数值模型的可行性和精确性;
- (2)通过计算得到了水滴中的压力分布及其随时间的变化,发现不可压缩流动并不是立刻形成的,水滴中的压力逐渐降低并趋于均匀,液固接触边缘的压力高于水滴内部的压力;
- (3)侧向射流出现的时间比激波脱体的时间晚,并且侧向射流的速度很高,是撞击速度的 5.76 倍,它所引起的钢板中的应力也较高;
- (4)通过计算得到了钢板中的等效应力和变形随时间的变化,为金属材料受到高速射流或水滴撞击的破坏形式提供了一个合理的解释.

参考文献:

[1] COOK S S. Erosion by water-hammer [J]. Proc R Soc

- London; A, 1928, 119(783): 481-488.
- [2] HEYMANN F J. On the shock wave velocity and impact pressure in high-speed liquid-solid impact [J]. Journal of Basic Engineering, 1968, 90: 400-402.
- [3] DEAR J P, FIELD J E. High-speed photography of surface geometry effects in liquid/solid impact [J]. Journal of Applied Physics, 1988, 63(4): 1015-1021.
- [4] FIELD J E, DEAR J P, OGREN J E. The effects of target compliance on liquid drop impact [J]. Journal of Applied Physics, 1989, 65(2): 533-540.
- [5] HALLER K K, VENTIKOS Y, POULIKAKOS D. Computational study of high-speed liquid droplet impact [J]. Journal of Applied Physics, 2002, 92(5): 2821-2828.
- [6] ROISMAN L V, BERBEROVIC E, TROPEA C. Inertia dominated drop collisions: I On the universal flow in the lamella [J]. Physics of Fluids, 2009, 21(5): 1-10.
- [7] EGGERS J, FONTELOS M A, JOSSERAND C, et al. Drop dynamics after impact on a solid wall: theory and simulations [J]. Physics of Fluids, 2010, 22(6) [2010-06-06]. http://pof.aip.org/resource/1/phfle6/v22/i6/p062101_sl.
- [8] 鄢宇鹏, 孙弼. 液滴-固壁高速撞击问题的流体动力学分析[J]. 航空动力学报, 1996, 11(2): 173-176.
YAN Yupeng, SUN Bi. Hydrodynamic study on high-speed collision of a liquid droplet with a solid plane [J]. Journal of Aerospace Power, 1996, 11(2): 173-176.
- [9] 张荻, 周屈兰, 谢永慧, 等. 液固撞击的非线性波动模型的研究[J]. 西安交通大学学报, 2002, 36(11): 1138-1141.
ZHANG Di, ZHOU Qulan, XIE Yonghui, et al. Study on nonlinear wave model of liquid-solid impact [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2002, 36(11): 1138-1141.
- [10] 施红辉, FIELD J E. 高速液体撞击下固体材料内的应力波传播 [J]. 中国科学:G 辑, 2004, 34(5): 577-590.
SHI Honghui, FIELD J E. Stress wave propagation in solid material during high speed liquid impact [J]. Science in China: G, 2004, 34(5): 577-590.
- [11] 汪勇, 谢永慧, 张荻. 液固高速撞击时材料表面损伤的数值模拟 [J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(1): 1435-1440.
WANG Yong, XIE Yonghui, ZHANG Di. Numerical simulation of material surface damage by high speed liquid-solid impact [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(1): 1435-1440.
- [12] BENSON D J. Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1992, 99: 235-394.
- [13] VAN LEER B. Towards the ultimate conservative difference scheme: IV A new approach to numerical convection [J]. Journal of Computational Physics, 1977, 23(3): 276-299.
- [14] BENSON D J. Momentum advection on a staggered mesh [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 100(1): 143-162.
- [15] 吴厚钰. 透平零件结构和强度计算 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.
- [16] SHIN Y S, LEE M, LAM K Y, et al. Modeling mitigation effects of watershield on shock waves [J]. Shock and Vibration, 1998, 5: 225-234.
- [17] STEINBERG D J. Spherical explosions and the equation of state of water, technical report UCID-20974 [R]. Livermore, CA, USA: Lawrence Livermore National Lab., 1987.

[本刊相关文献链接]

- 低冲击能量液滴与球面碰撞沉积特性的数值研究. 西安交通大学学报, 2009, 43(7): 21-24.
- 沸腾过程的格子 Boltzmann 方法模拟. 西安交通大学学报, 2009, 43(7): 25-29.
- 双拉格朗日模型模拟气固两相双圆柱绕流. 西安交通大学学报, 2009, 43(1): 77-80.
- 多分散系统不同粒径颗粒碰撞的多重八叉树搜索算法. 西安交通大学学报, 2008, 42(3): 304-308.
- 泡沫压裂液的两相欧拉颗粒流数值模拟. 西安交通大学学报, 2007, 41(1): 96-100.
- 用颗粒相双尺度二阶矩湍流模型模拟突扩两相流动. 西安交通大学学报, 2006, 40(7): 97-100.

(编辑 葛赵青 苗凌)